DEVOIR DE SYNTHESE N°1

EXERCICE N°1 : 10' 3 points

Les trois questions suivantes sont indépendantes.

Répondre par **Vrai** ou **Faux** à chacune des propositions données.

1°) Soit f, g et h trois fonctions définies sur IR et vérifiant pour tout x réel ,on a : $f(x) \le g(x) \le h(x)$

Si l'on sait de plus que : $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$ .alors :

a) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

b) $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x) = +\infty$.

2°) Soit f une fonction continue sur [0, 1], strictement croissante sur [0, 1] et dérivable sur]0, 1[.

Si l'on sait de plus que $f(0) = -1$ et $f(1) = 1$, alors :

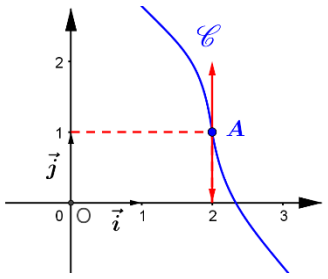
a) L'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans]0, 1[.

b) L'équation $f'(x) = -2$ admet au moins une solution dans]0, 1[.

3°) $\mathscr{C}$ est la courbe représentative d'une fonction f passant par $A(2,1)$.

a) f est dérivable en 2.

b) A est un point d'inflexion de $\mathscr{C}$.



EXERCICE N°2 : 40' 7 points

Soit f la fonction définie sur IR par : $f(x) = 1 + \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$.

1°) Justifier la continuité de f sur IR.

2°) Monter que f dérivable sur IR et que $f'(x) = \dfrac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$.

3°) a) Calculer la limite de f en $+\infty$ et en $-\infty$. Interpréter les résultats obtenus.

b) Dresser le tableau de variation de f sur IR.

4°) Soit h la fonction définie sur IR par : $h(x) = f(x) - x$.*

a) Etudier le sens variation de h sur IR.

b) Montrer que l'équation $f(x) = x$ admet une seule solution α dans $]1;2[$ et que $\alpha \in \left]\dfrac{7}{4},2\right[$.*

c) Vérifier que : $\sqrt{\alpha^2+1} = \dfrac{\alpha}{\alpha-1}$.

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn
Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn